

(2009)

МАТЕМАТИКА (А)

Националност		No.		Оценки
Име	(Моля напишете пълното име с печатни букви, подчертайте фамилното име)			

1. Запълнете празните места с верните числа.

(1) Нека α и β са решенията на $3x^2 - x - 3 = 0$.

Тогава $\alpha^2 + \beta^2 =$

(2) Решението на неравенството $-x < x^2 < 2x + 1$ е

$< x <$

(3) Нека $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ($0 < \alpha < 90^\circ$) и $\cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ ($0 < \beta < 90^\circ$).

Тогава $\sin(\alpha + \beta) =$

(4) Нека n е естествено число. Ако $3^n < 2^{100} < 3^{n+1}$, то $n =$

Използвайте $\log_3 2 = 0.631$.

(5) Общият брой на двойките цели числа (x, y) , които удовлетворяват

уравнението $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2y - 4 = 0$ е

2. Нека $f(a) = \int_0^2 |x(x-a)| dx$ за $0 \leq a \leq 2$.

(1) Намерете функцията $f(a)$.

(2) Намерете минимума на $f(a)$.

3. Нека a е реално число такова, че $1 < a < 2$. Редицата $\{a_n\}$ е дефинирана чрез

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = |a_n| - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Да положим $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

(1) Намерете a_4, a_5, a_6, a_7 .

(2) Намерете S_2, S_4, S_6 .

(3) Когато $n = 2m$, където m е цяло число ≥ 1 , изразете S_n чрез a и m .

(4) Когато $n = 2m + 1$, където m е цяло число ≥ 1 , изразете S_n чрез a и m .