МАТ „А"

Q 1 Квадратната функция, която приема стойност 41 за $x = -2$, стойност 20 за $x = 5$ и се минимизира за $x = 2$, е

$$y = \boxed{\text{A}}\, x^2 - \boxed{\text{B}}\, x + \boxed{\text{C}}\,.$$

Минималната стойност на тази функция е $\boxed{\text{D}}$.

Q 2 Да разгледаме полиномната функция на x

$$P = x^3 + x^2 + ax + 1,$$

където a е рационално число.

За $a = \boxed{\text{A}}$ стойността на P е рационално число за всяко x, което удовлетворява уравнението $x^2 + 2x - 2 = 0$, и в този случай стойността на P е $\boxed{\text{B}}$.

Q 3 За всяко от $\boxed{\text{A}} \sim \boxed{\text{D}}$ в следните твърдения, изберете най-подходящия израз измежду ⓪ ~ ⑨ по-долу.

Да разгледаме двете условия $x^2 - 3x - 10 < 0$ и $|x - 2| < a$ за реалното число x, където a е положително реално число.

(i) Необходимо и достатъчно условие за $x^2 - 3x - 10 < 0$ е

$\boxed{\text{A}} < x < \boxed{\text{B}}$.

(ii) Стойностите на a, за които $|x - 2| < a$ е необходимо условие за $x^2 - 3x - 10 < 0$, удовлетворяват условието $\boxed{\text{C}}$.

(iii) Стойностите на a, за които $|x - 2| < a$ е достатъчно условие за $x^2 - 3x - 10 < 0$, удовлетворяват условието $\boxed{\text{D}}$.

⓪ 2	① 5	② -2	③ -5
④ $a \geq 2$	⑤ $a \geq 3$	⑥ $a \geq 4$	
⑦ $0 < a \leq 2$	⑧ $0 < a \leq 3$	⑨ $0 < a \leq 5$	

Q 4 Три зара са хвърлени едновременно. Трябва да намерим вероятността за това най-голямата стойност на трите числа, които са се паднали, да бъде 4.

Нека A е множеството от изходите, при които най-голямото число е 4, нека B е множеството от изходите, при които най-голямото число е не по-голямо от 4, и нека C е множеството от изходите, при които най-голямото число е не по-голямо от 3.

Нека $P(X)$ е вероятността изходът да е събитие в X. Тогава

(1) $P(B) = \boxed{\mathsf{A}}$, $P(C) = \boxed{\mathsf{B}}$.

(2) Тъй като $B = A \cup C$ и изходите A и C са взаимно изключващи се, следва, че

$$P(A) = \boxed{\mathsf{C}}.$$

Q 5 Трябва да намерим стойността на $x^4 + y^4 + z^4$, когато x, y и z са реални числа, които удовлетворяват следните три уравнения:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ xyz = -2 \end{cases}$$

Най-напред, от първите две уравнения следва, че

$$xy + yz + zx = \boxed{\mathsf{A}}.$$

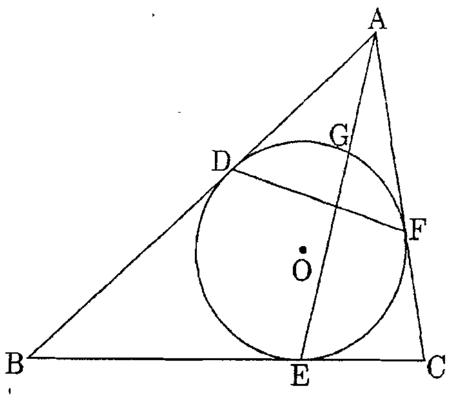
След това, използвайки, че

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = x^4 + y^4 + z^4 + \boxed{\mathsf{B}} \left\{(xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2\right\},$$

получаваме, че

$$x^4 + y^4 + z^4 = \boxed{\mathsf{C}}.$$

Q 6 Да разгледаме триъгълника ABC, където $\angle$ A $=$ 60°. Нека O е вписаната окръжност в триъгълника ABC, както е показано на фигурата. Нека D, E и F са точките, в които окръжността O се допира до страните AB, BC и CA. Нека G е точката на пресичане на отсечката AE и окръжността O. Да положим $x = \mathrm{AD}$.



(1) Нека $\triangle$ADF е лицето на триъгълника ADF. Тогава

$$\frac{\triangle \mathrm{ADF}}{\mathrm{AG} \cdot \mathrm{AE}} = \boxed{\mathsf{A}}\,.$$

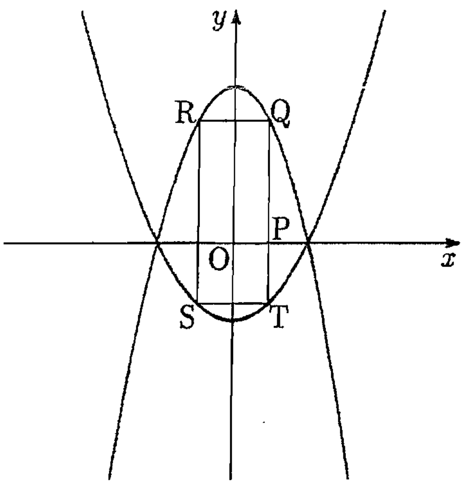
(2) Когато BD $= 4$ и CF $= 2$, то BC $=$ $\boxed{\mathsf{B}}$ и x удовлетворява уравнението

$$x^2 + \boxed{\mathsf{C}}\,x - \boxed{\mathsf{D}} = 0.$$

Решавайки това уравнение, получаваме

$$\mathrm{AD} = \boxed{\mathsf{E}}\,.$$

Q 7 Да разгледаме правоъгълника QRST, за който страната QR е успоредна на оста x, двата върха Q и R са върху частта $y > 0$ на графиката на квадратната функция $y = -x^2 + 4$, а другите два върха S и T са върху частта $y < 0$ на графиката на квадратната функция $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$, както е показано на фигурата отдясно. Нека P е точката на пресичане на страната QT и оста x. Нека ℓ е периметърът на правоъгълника. Трябва да намерим координатата x на точката P, за която ℓ се максимизира, както и да намерим максималната стойност на ℓ.



Нека P е $(\alpha, 0)$, където $0 < \alpha < 2$. Тъй като

$$\mathrm{PQ} = \boxed{\mathsf{A}} - \alpha^2, \quad \mathrm{QR} = \boxed{\mathsf{B}}\,\alpha, \quad \mathrm{PT} = \boxed{\mathsf{C}} - \frac{1}{\boxed{\mathsf{D}}}\alpha^2,$$

получаваме

$$\ell = \boxed{\mathsf{E}} + \boxed{\mathsf{F}}\,\alpha - \boxed{\mathsf{G}}\,\alpha^2.$$

Следователно, когато $\alpha = \boxed{\mathsf{H}}$, ℓ се максимизира и неговата максимална стойност е $\boxed{\mathsf{I}}$.