

Националност		No.	
Име	(Моля напишете пълното име с печатни букви, подчертайте фамилното име)		

Оценки	
--------	--

1. Отговорете на следните въпроси и попълнете вашите отговори в съответните кутийки на листа за отговори.

(1) Нека a и b са съответно цялата и дробната част на $\sqrt{7}$. Тогава цялата част

$$\text{на } \frac{a}{b} \text{ е } \boxed{[1-1]}.$$

(2) Даден е конус с диаметър 12 и височина 8. Тогава обемът на вписаната в конуса сфера е $\boxed{[1-2]}$.

(3) Ако приемем, че $\log_{10} 2 = 0.3010$, то 5^{29} е цяло число с $\boxed{[1-3]}$ цифри.

(4) В равнината са дадени окръжност с радиус 2 и с център в координатното начало и права $3x + 4y - 12 = 0$. Тогава минималното разстояние между точка от окръжността и точка от правата е $\boxed{[1-4]}$.

(5) Ако редицата $\{a_k\}$ удовлетворява условията $a_1 = 1, a_2 = 2$ и

$$a_k - 4a_{k-1} + 3a_{k-2} = 0 \quad (k \geq 3), \text{ то } a_k = \frac{1 + \boxed{[1-5]}}{\boxed{[1-6]}} \quad (k \geq 1).$$

(6) Нека $f(x) = ax + b$ е линейна функция. Ако уравнението

$$\int_{-m/2}^m f(x) dx = \frac{m(m+1)}{2}$$

$$\text{е в сила за всяко положително } m, \text{ то } f(x) = \frac{\boxed{[1-7]}x + \boxed{[1-8]}}{3}.$$

2. Дадена е полуокръжност с диаметър AB с дължина 4 и точка C върху полуокръжността. Отговорете на следните въпроси и попълнете вашите отговори в съответните кутийки на листа за отговори.

(1) Максимумът на лицето на триъгълника ABC е $\boxed{[2-1]}$.

(2) Ако лицето на триъгълника ABC е половината от максимума и точката C е по-близо до точката A , отколкото до точката B , то ъгъл $\angle CAB$ е $\boxed{[2-2]}$.

3. Да разгледаме функцията

$$y = \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) - 6 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 3 \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

дефинирана за $x > 0$.

(1) Полагането $t = x + \frac{1}{x}$ дава

$$y = [3-1]t^3 + [3-2]t^2 + [3-3]t + [3-4].$$

Тогава е в сила $t = x + \frac{1}{x} \geq [3-5]$.

(2) Когато $t = [3-6]$, т.е. $x = [3-7]$, то y приема своята минимална стойност $[3-8]$.