

МАТЕМАТИКА (В)

(2021)

Националност		№.	
Име	(Моля напишете пълното име с печатни букви, подчертайте фамилното име)		

Оценки	
--------	--

Отговорете на следните въпроси и попълнете вашите отговори в съответните кутийки на листа с отговори.

1. Запълнете празните кутийки с верните числа.

(1) Нека кубичното уравнение $x^3 - x^2 + (m - 6)x - 3m = 0$ има двоен корен.

Тогава $m =$ или .

(2) Когато за реалните числа x и y е в сила $x^2 + y^2 = 1$, то максималната

стойност на $x - y^2$ е , а минималната стойност на този израз е .

(3) Решението на неравенството

$$\sqrt{3} \cos x - 1 > \sin x \quad (0 < x < 2\pi)$$

е $< x <$, $< x <$.

(4) Най-малкото цяло число, което е по-голямо от $\sqrt{2021}$ е ,

а най-малкото просто число, което дели 2021 без остатък е .

(5) Нека a_n е n -тият член на геометрична прогресия с първи член 1 и частно 1.5. Ако

$\log_{10} 2 \approx 0.3010$ и $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, то най-малкото n , за което $a_n > 1000$ е .

2. Даден е триъгълник OAB. Нека точката C върху страната OA дели тази страна в отношение $OC : CA = 2 : 1$, а точката D върху страната OB я дели в отношение $OD : DB = 3 : 2$. Нека E е пресечната точка на правите AD и BC. Запълнете празните кутийки с отговорите на следните въпроси:

- (1) Да се намерят реални числа a и b , за които $\overrightarrow{OE} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB}$.
- (2) Нека F е пресечната точка на правата OE и страната AB. Да се пресметне стойността на $\frac{AF}{BF}$.

(1) $a =$ $\quad b =$

(2) $\frac{AF}{BF} =$

3. За всяко цяло положително число n , нека $I_n = \int_0^\pi \cos^n x dx = \int_0^\pi \cos^{n-1} \cos x dx$. Запълнете празните кутийки с отговорите на следните въпроси:

- (1) Да се намери цяло число a такава, че $I_n = (n + a)(I_{n-2} - I_n)$.
- (2) Да се пресметне I_{13} .
- (3) Да се намерят естествени числа b и c такива, че $I_{14} = \frac{b\pi}{2^c}$, където b е нечетно число.

(1) $a =$

(2) $I_{13} =$

(3) $b =$ $\quad c =$